

Задание №13 ЕГЭ профиль. Тригонометрические уравнения.
Формулы тригонометрии.

1. а) Решите уравнение $\cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{3} \cos x$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

$$\cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{3} \cos x$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) - \sqrt{3} \cos x = 0$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) - \sqrt{3} \cos x = 0$$

$$\sin 2x - \sqrt{3} \cos x = 0$$

$$2 \sin x \cdot \cos x - \sqrt{3} \cos x = 0$$

$$\cos x (2 \sin x - \sqrt{3}) = 0$$

$$\cos x = 0$$

$$2 \sin x - \sqrt{3} = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

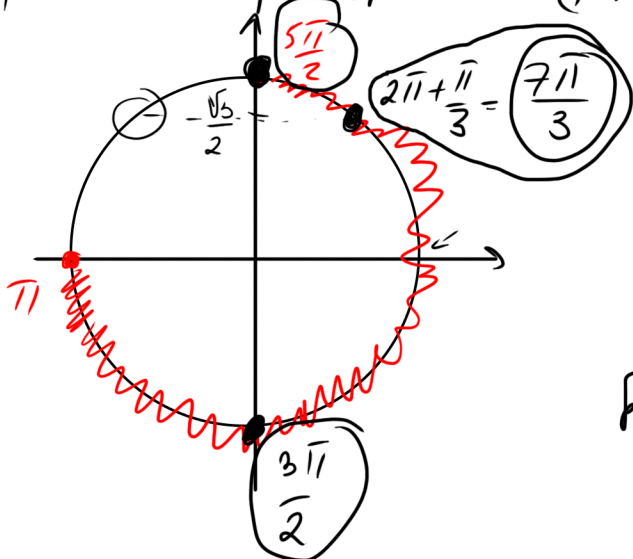
$$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{б.) } \left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$$

выб. отбор корней с помощью триг. окр.



Ответ:

$$\text{а.) } x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{б.) } \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{3}, \frac{5\pi}{2}$$

Задание №13 ЕГЭ профиль. Тригонометрические уравнения.
Формулы тригонометрии.

2. Решите уравнение $2 \sin^3 x + \sqrt{3} \cos^2 x = \sqrt{3}$.

$$2 \sin^3 x + \sqrt{3} (1 - \sin^2 x) - \sqrt{3} = 0$$

$$2 \sin^3 x + \sqrt{3} - \sqrt{3} \sin^2 x - \sqrt{3} = 0$$

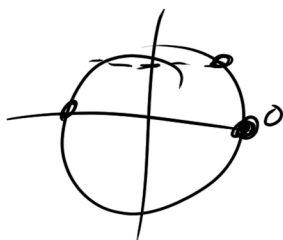
$$2 \sin^3 x - \sqrt{3} \sin^2 x = 0$$

$$\sin^2 x (2 \sin x - \sqrt{3}) = 0$$

$$\sin^2 x = 0 \quad \text{или} \quad 2 \sin x - \sqrt{3} = 0$$

$$\sin x = 0$$

$$x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$



$$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{\pi}{3} = 3,14 > 1$$

$$\cos x = \frac{\pi}{3}$$

нет рел.

$$\cos x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{3}$$

Задание №13 ЕГЭ профиль. Тригонометрические уравнения.
Формулы тригонометрии.

3. а) Решите уравнение $4 \sin^2\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \operatorname{ctg} x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-5\pi; -4\pi]$.

$$4 \sin^2\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \operatorname{ctg} x$$

ОДЗ: $\sin x \neq 0$
 $x \neq \pi n, n \in \mathbb{Z}$



$$4 \cos^2 x - \frac{\cos x}{\sin x} = 0 \quad | \cdot \sin x$$

$$4 \cos^2 x \cdot \sin x - \frac{\cos x \cdot \sin x}{\sin x} = 0$$

$$4 \cos^2 x \cdot \sin x - \cos x = 0$$

$$\cos x (4 \cos x \cdot \sin x - 1) = 0$$

$$\cos x (2 \cdot \sin 2x - 1) = 0$$

$$\cos x = 0 \quad \text{или} \quad 2 \sin 2x - 1 = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin 2x = \frac{1}{2}$$

б) $[-5\pi, -4\pi]$

$$2x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \quad | :2$$

$$2x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \quad | :2$$

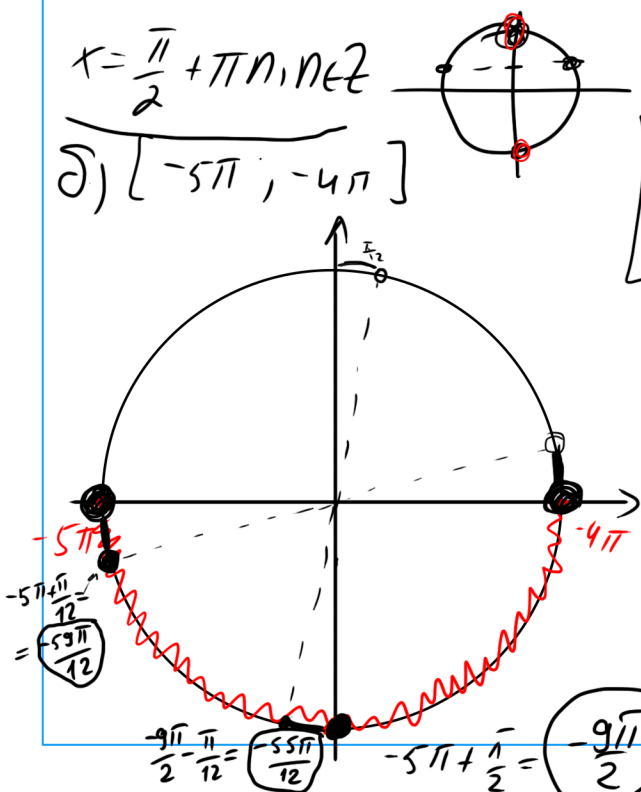
$$x = \frac{\pi}{12} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{5\pi}{12} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ:

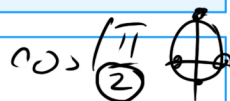
а)

б) $-\frac{59\pi}{12}, -\frac{55\pi}{12}, -\frac{9\pi}{2}$



Задание №13 ЕГЭ профиль. Тригонометрические уравнения.
Формулы тригонометрии.

4. а) Решите уравнение $\sin x + 2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} \sin 2x + 1$.



б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

$$\sin x + 2\left(\sin 2x \cdot \cos \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{6} \cdot \cos 2x\right) - \sqrt{3} \sin 2x - 1 = 0$$

$$\sin x + 2\left(\sin 2x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \cos 2x\right) - \sqrt{3} \sin 2x - 1 = 0$$

$$\sin x + \sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x - \sqrt{3} \sin 2x - 1 = 0$$

$$\sin x + \cos 2x - 1 = 0$$

$$\sin x + 1 - 2 \sin^2 x - 1 = 0$$

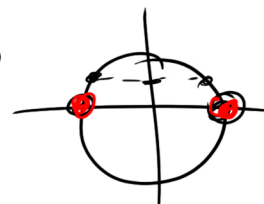
$$\sin x - 2 \sin^2 x = 0$$

$$\sin x (1 - 2 \sin x) = 0$$

$$\sin x = 0 \quad \text{или} \quad 1 - 2 \sin x = 0$$

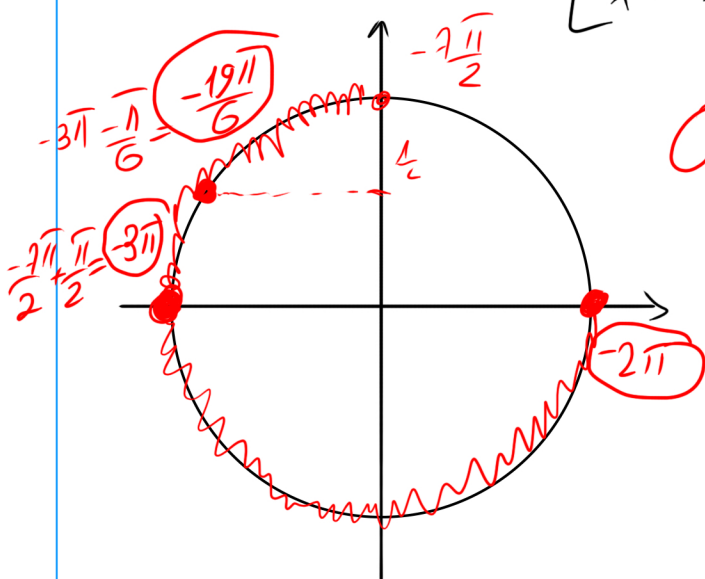
$$\underline{x = \pi n, n \in \mathbb{Z}}$$

$$\underline{\sin x = \frac{1}{2}}$$



$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

б) $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$



Ответ, а)

б) $-\frac{19\pi}{6}, -3\pi, -2\pi$

Задание №13 ЕГЭ профиль. Тригонометрические уравнения.
Формулы тригонометрии.

5. а) Решите уравнение $\frac{\sin x}{\sin^2 \frac{x}{2}} = 4 \cos^2 \frac{x}{2}$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{9\pi}{2}; -3\pi\right]$.

$$\frac{\sin x}{\sin^2 \frac{x}{2}} = 4 \cos^2 \frac{x}{2} \quad \left| \cdot \sin^2 \frac{x}{2} \right. \quad \text{ОДЗ: } \sin^2 \frac{x}{2} \neq 0$$

$$\sin \frac{x}{2} \neq 0$$



$$\frac{x}{2} \neq \pi n, n \in \mathbb{Z} \quad | \cdot 2$$

$$x \neq 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x = 4 \cos^2 \frac{x}{2} \cdot \sin^2 \frac{x}{2}$$

$$\sin x = \left(2 \sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2}\right)^2$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x$$

$$\sin x = \sin^2 2 \cdot \frac{x}{2}$$

$$\sin x = \sin^2 x$$

$$\sin^2 x - \sin x = 0$$

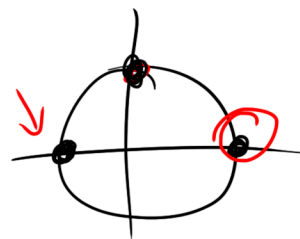
$$\sin x (\sin x - 1) = 0$$

$$\sin x = 0$$

или

$$\sin x - 1 = 0$$

$$\sin x = 1$$



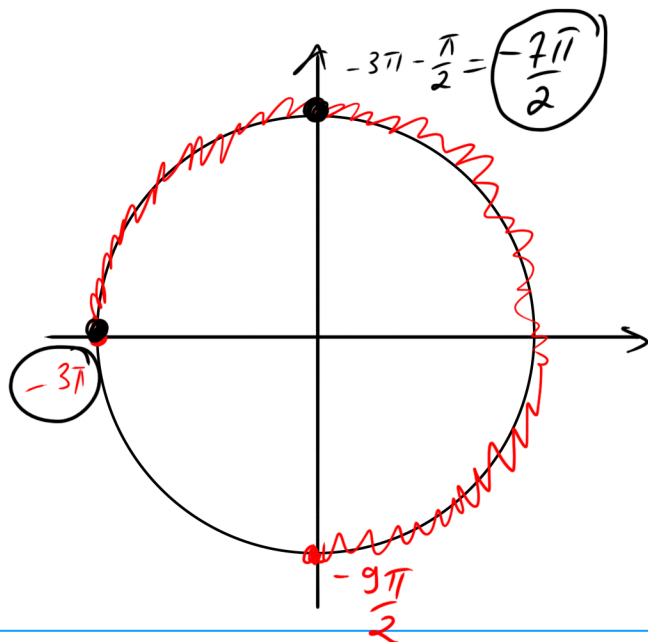
$$x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{д) } \left[-\frac{9\pi}{2}; -3\pi\right]$$

Ответ

$$\text{д) } -3\pi; -\frac{7\pi}{2}$$



Задание №13 ЕГЭ профиль. Тригонометрические уравнения.
Формулы тригонометрии.

6. а) Решите уравнение $8 \sin^2\left(\frac{7\pi}{12} + x\right) - 2\sqrt{3} \cdot \cos 2x = 5$.



б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-\frac{7\pi}{2}; -\frac{5\pi}{2}]$.

$$\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$$

$$\cos 2x - 1 = -2 \sin^2 x$$

$$\sin^2 x = \frac{\cos 2x - 1}{-2}$$

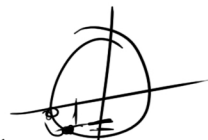
$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

$$8 \cdot \left(1 - \cos 2\left(\frac{7\pi}{12} + x\right)\right) - 2\sqrt{3} \cdot \cos 2x - 5 = 0$$

$$5(2x + 3)$$

$$4(1 - \cos 2\left(\frac{7\pi}{12} + x\right)) - 2\sqrt{3} \cdot \cos 2x - 5 = 0$$

$$4(1 - \cos(\frac{7\pi}{6} + 2x)) - 2\sqrt{3} \cdot \cos 2x - 5 = 0$$



$$4 - 4 \cos(\frac{7\pi}{6} + 2x) - 2\sqrt{3} \cos 2x - 5 = 0 \quad x \in (-\frac{7}{2}, 2)$$

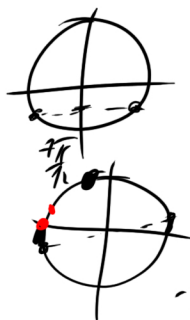
$$4 - 4(\cos \frac{7\pi}{6} \cos 2x - \sin \frac{7\pi}{6} \sin 2x) - 2\sqrt{3} \cdot \cos 2x - 5 = 0$$

$$4 - 4\left(\frac{-\sqrt{3}}{2} \cos 2x + \frac{1}{2} \sin 2x\right) - 2\sqrt{3} \cdot \cos 2x - 5 = 0$$

$$4 + 2\sqrt{3} \cos 2x - 2 \sin 2x - 2\sqrt{3} \cos 2x - 5 = 0$$

$$-2 \sin 2x - 1 = 0$$

$$\sin 2x = -\frac{1}{2}$$



$$2x = \frac{7\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \quad | : 2$$

$$2x = \frac{11\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \quad | : 2$$

$$8) \left[-\frac{7\pi}{2}, -\frac{5\pi}{2} \right]$$

$$-\frac{7\pi}{2} + \frac{\pi}{12} = -\frac{41\pi}{12}$$

$$-3\pi - \frac{\pi}{12} = -\frac{37\pi}{12}$$

$$8) -\frac{41\pi}{12}, -\frac{37\pi}{12}$$

$$x = \frac{7\pi}{12} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{11\pi}{12} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{7\pi}{12} = \frac{6\pi}{12} + \frac{\pi}{12}$$

