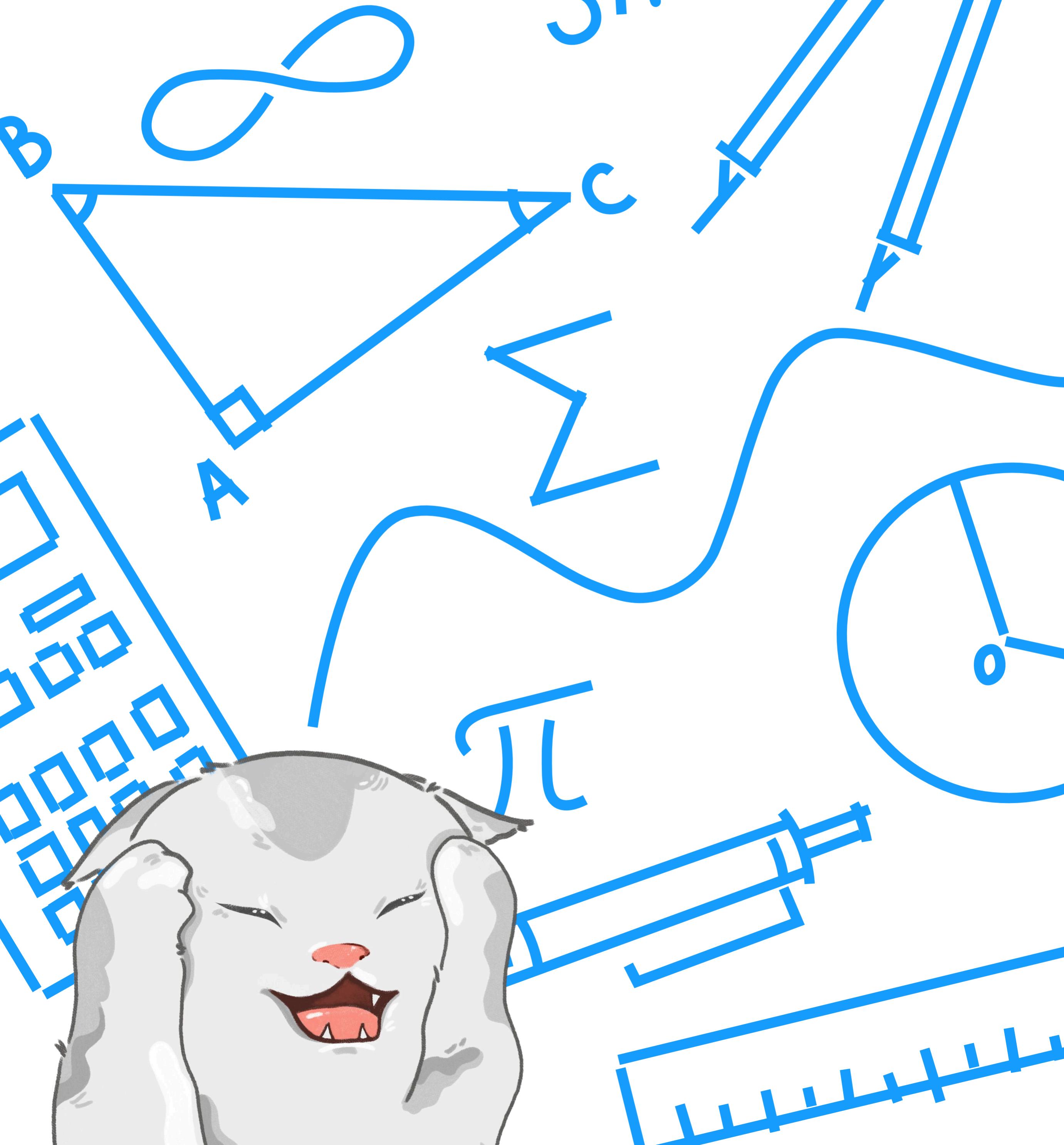


# ТЕОРИЯ. ОСНОВЫ ТРИГОНОМЕТРИИ



**Уравнение**  $\cos x = a$ 

1. Арккосинус числа  $a \in [-1; 1]$  (обозначается  $\arccos a$ ) — такое число  $a \in [0; \pi]$ , косинус которого равен  $a$ , т. е.

$$0 \leq \arccos a \leq \pi, \cos(\arccos a) = a.$$

Если  $a \in [0; 1]$ , то  $0 \leq \arccos a \leq \frac{\pi}{2}$ , если  $a \in [-1; 0)$ , то  $\frac{\pi}{2} < \arccos a \leq \pi$ .  
Если  $|a| > 1$ , то выражение  $\arccos a$  не имеет смысла.

2. Для любого  $a \in [-1; 1]$  справедливо равенство  $\cos(\arccos a) = a$ .

Равенство  $\arccos(\cos a) = a$  является верным только при  $a \in [0; \pi]$ , хотя  $\arccos(\cos a)$  имеет смысл при всех  $a \in \mathbb{R}$ . Для любого  $a \in [-1; 1]$  верно равенство  $\arccos(-a) = \pi - \arccos a$ .

3. Если  $-1 \leq a \leq 1$ , то все корни уравнения  $\cos x = a$  определяются формулой  $x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ . Если  $|a| > 1$ , то уравнение  $\cos x = a$  не имеет корней.

4. Формулы корней уравнения  $\cos x = a$  при  $a = 0, a = 1, a = -1$ :

$$\cos x = 0, x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z};$$

$$\cos x = 1, x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$$

$$\cos x = -1, x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

**Уравнение**  $\sin x = a$ 

1. Арксинус числа  $a \in [-1; 1]$  (обозначается  $\arcsin a$ ) **такое число** —  $a \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$  синус которого равен  $a$ , т. е.

$$-\frac{\pi}{2} \leq \arcsin a \leq \frac{\pi}{2}, \sin(\arcsin a) = a.$$

**Если**  $a \in [0; 1]$ , **то**  $0 \leq \arcsin a \leq \frac{\pi}{2}$ , **а если**  $a \in [-1; 0)$ , **то**  $-\frac{\pi}{2} \leq \arcsin a < 0$ .  
**Если**  $|a| > 1$ , **то выражение**  $\arcsin a$  **не имеет смысла**.

2. Для любого  $a \in [1; 1]$  справедливо равенство

$$\sin(\arcsin a) = a.$$

**Равенство**

$$\arcsin(\sin a) = a$$

является верным при  $a \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$  хотя выражение в левой части имеет смысл при всех  $a \in R$ . Для любого  $a \in [-1; 1]$  верно равенство  $\arcsin(-a) = -\arcsin a$ .

3. Для любого  $a \in [-1; 1]$  справедливо равенство

$$\arcsin a + \arccos a = \frac{\pi}{2}$$

4. Если  $|a| \leq 1$ , то все корни уравнения  $\sin x = a$  определяются формулой

$$x = (-1)^n \arcsin a + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Если  $|a| > 1$ , то уравнение  $\sin x = a$  не имеет корней.

5. Формулы корней уравнения  $\sin x = a$  при  $a = 0, a = 1, a = -1$ :

$$\sin x = 0, x = \pi n, n \in \mathbb{Z};$$

$$\sin x = 1, x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$$

$$\sin x = -1, x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$