

ТЕОРИЯ.

ОСНОВЫ ТРИГОНОМЕТРИИ



Уравнение $\cos x = a$

1. Арккосинус числа $a \in [-1; 1]$ (обозначается $\arccos a$) — такое число $a \in [0; \pi]$, косинус которого равен a , т. е.

$$0 \leq \arccos a \leq \pi, \cos(\arccos a) = a.$$

Если $a \in [0; 1]$, то $0 \leq \arccos a \leq \frac{\pi}{2}$, если $a \in [-1; 0)$, то $\frac{\pi}{2} < \arccos a \leq \pi$.
Если $|a| > 1$, то выражение $\arccos a$ не имеет смысла.

2. Для любого $a \in [-1; 1]$ справедливо равенство $\cos(\arccos a) = a$.
Равенство $\arccos(\cos a) = a$ является верным только при $a \in [0; \pi]$, хотя $\arccos(\cos a)$ имеет смысл при всех $a \in \mathbb{R}$. Для любого $a \in [-1; 1]$ верно равенство $\arccos(-a) = \pi - \arccos a$.

3. Если $-1 \leq a \leq 1$, то все корни уравнения $\cos x = a$ определяются формулой $x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$. Если $|a| > 1$, то уравнение $\cos x = a$ не имеет корней.

4. Формулы корней уравнения $\cos x = a$ при $a = 0, a = 1, a = -1$:

$$\cos x = 0, x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z};$$

$$\cos x = 1, x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$$

$$\cos x = -1, x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Уравнение $\sin x = a$

1. Арксинус числа $a \in [-1; 1]$ (обозначается $\arcsin a$) такое число $— a \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ синус которого равен a , т. е.

$$-\frac{\pi}{2} \leq \arcsin a \leq \frac{\pi}{2}, \sin(\arcsin a) = a.$$

Если $a \in [0; 1]$, то $0 \leq \arcsin a \leq \frac{\pi}{2}$, а если $a \in [-1; 0)$, то $-\frac{\pi}{2} \leq \arcsin a < 0$.
Если $|a| > 1$, то выражение $\arcsin a$ не имеет смысла.

2. Для любого $a \in [-1; 1]$ справедливо равенство

$$\sin(\arcsin a) = a.$$

Равенство

$$\arcsin(\sin a) = a$$

является верным при $a \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ хотя выражение в левой части имеет смысл при всех $a \in R$. Для любого $a \in [-1; 1]$ верно равенство $\arcsin(-a) = -\arcsin a$.

3. Для любого $a \in [-1; 1]$ справедливо равенство

$$\arcsin a + \arccos a = \frac{\pi}{2}$$

4. Если $|a| \leq 1$, то все корни уравнения $\sin x = a$ определяются формулой

$$x = (-1)^n \arcsin a + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Если $|a| > 1$, то уравнение $\sin x = a$ не имеет корней.

5. Формулы корней уравнения $\sin x = a$ при $a = 0$, $a = 1$, $a = -1$:

$$\sin x = 0, x = \pi n, n \in \mathbb{Z};$$

$$\sin x = 1, x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$$

$$\sin x = -1, x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$