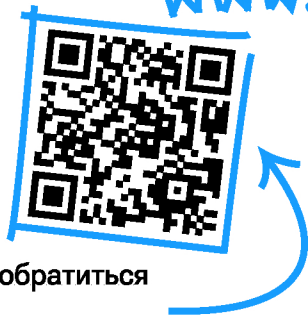


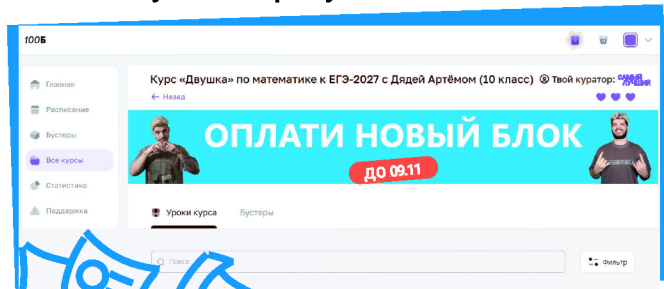
НЕДЕЛЯ ОПЛАТ

www.

100Б



по всем вопросам можно обратиться
в Клиентскую поддержку



Задание №13 ЕГЭ профиль. Тригонометрические уравнения.
Замена переменной

1. а) Решите уравнение $2 \cos^2 \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} - 1 = 0$;

б) Найдите все корни принадлежащие отрезку $[-\pi; \pi]$.

$$2 \cos^2 \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} - 1 = 0$$

Положим $\cos \frac{x}{2} = t, t \in [-1, 1]$

$$2t^2 + t - 1 = 0$$

$$D = 1 + 8 = 9$$

$$t_1 = \frac{-1-3}{4}$$

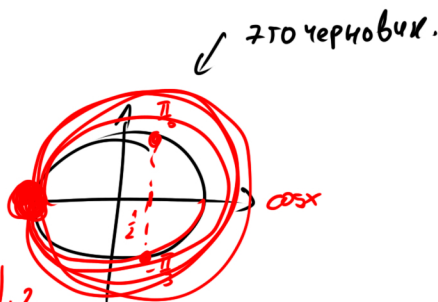
$$t_2 = \frac{-1+3}{4}$$

$$t_1 = -1$$

$$t_2 = \frac{1}{2}$$

$$\cos \frac{x}{2} = -1$$

$$\cos \frac{x}{2} = \frac{1}{2}$$



$$\frac{x}{2} = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad | \cdot 2$$

$$\frac{x}{2} = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \quad | \cdot 2$$

$$x = 2\pi + 4\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \frac{2\pi}{3} + 4\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

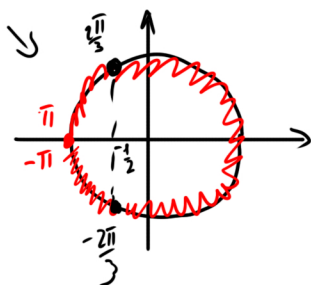
Ответ:

а) $x = 2\pi + 4\pi n, n \in \mathbb{Z}$;

$x = \pm \frac{2\pi}{3} + 4\pi k, k \in \mathbb{Z}$

б) $x = \frac{2\pi}{3}; x = -\frac{2\pi}{3}$,

Выполним отбор корней с помощью триг. окр:



$$\begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} \\ x = -\frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

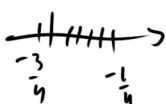
б.1 Вып. отбор корней с помощью н-ва:

$$-\pi \leq 2\pi + 4\pi n \leq \pi \quad | : \pi$$

$$-1 \leq 2 + 4n \leq 1 \quad | -2$$

$$-3 \leq 4n \leq -1 \quad | : 4$$

$$-\frac{3}{4} \leq n \leq -\frac{1}{4}$$



$$-\pi \leq \frac{2\pi}{3} + 4\pi k \leq \pi \quad | : \pi \quad -\pi \leq -\frac{2\pi}{3} + 4\pi k \leq \pi$$

$$-1 \leq \frac{2}{3} + 4k \leq 1 \quad | -\frac{2}{3}$$

$$-\frac{1}{3} \leq 4k \leq \frac{1}{3} \quad | : 4$$

$$-\frac{5}{12} \leq k \leq \frac{1}{12}$$

$$k = 0$$

$$x = \frac{2\pi}{3} + 4\pi \cdot 0 = \frac{2\pi}{3}$$

$$n = 0$$

$$x = -\frac{2\pi}{3}$$

Задание №13 ЕГЭ профиль. Тригонометрические уравнения.
Замена переменной

2. а) Решите уравнение $2 \cos^2 x + 2 \cos x + \sin^2 x = 0$;

б) Найдите все корни принадлежащие промежутку $[\pi; 3\pi]$.

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$$

$$2 \cos^2 x + 2 \cos x + \sin^2 x = 0$$

$$2 \cos^2 x + 2 \cos x + 1 - \cos^2 x = 0$$

$$\cos^2 x + 2 \cos x + 1 = 0$$

пусть $\cos x = t, t \in [-1; 1]$

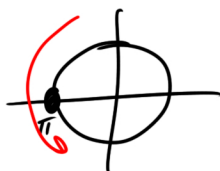
$$t^2 + 2t + 1 = 0$$

$$(t+1)^2 = 0$$

$$t+1=0 \quad t=-1$$

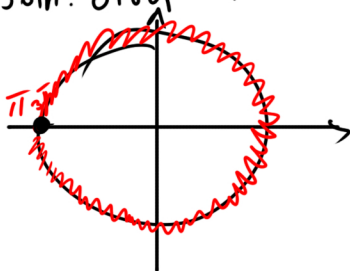
$$\cos x = -1$$

$$x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$



б) $[\pi; 3\pi]$

Выбр. отбор корней с помощью триг. окр.



$$\begin{cases} x = \pi \\ x = 3\pi \end{cases}$$

Ответ: а) $x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
б) $\pi, 3\pi$

✓✓

Задание №13 ЕГЭ профиль. Тригонометрические уравнения.
Замена переменной

3. а) Решите уравнение $8 \sin^4 x + 10 \sin^2 x - 3 = 0$;

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

$$8 \cdot \sin^4 x + 10 \sin^2 x - 3 = 0$$

пусть $\sin^2 x = t$, $t \in [0; 1]$

$$8t^2 + 10t - 3 = 0$$

$$D = 100 + 96 = 196$$

$$t_1 = \frac{-10 - 14}{16} \quad t_2 = \frac{-10 + 14}{16}$$

$$t_1 = \frac{-24}{16} \quad t_2 = \frac{4}{16}$$

$$t_1 = -\frac{3}{2} \quad t_2 = \frac{1}{4}$$

$$t_1 = -1\frac{1}{2}$$

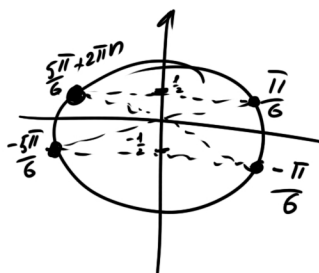
$$\sin^2 x = -1\frac{1}{2}$$

нет реш.

$$\sin^2 x = \frac{1}{4}$$

$$\begin{cases} \sin x = \frac{1}{2} \\ \sin x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

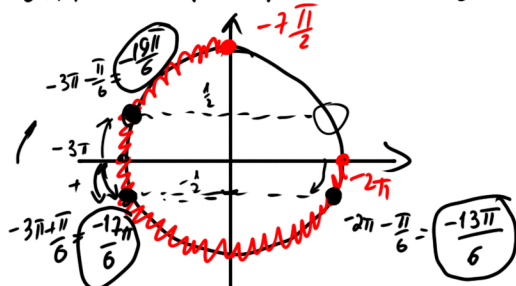


$$8464$$

$$\begin{array}{l} 10^2 = 100 \quad 30^2 = 900 \\ 100^2 = 10000 \\ 90^2 = 8100 \end{array}$$

$$8) \left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$$

Вып. отбор. корней с помощью триг. о.к.д.



$$\text{Ответ а)} \pm \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$8) -\frac{19\pi}{6}; -\frac{17\pi}{6}; -\frac{13\pi}{6}$$

Задание №13 ЕГЭ профиль. Тригонометрические уравнения.
Замена переменной

4. а) Решите уравнение $2 \cos^2 x + 3 \sin(x + \pi) - 3 = 0$;

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[2\pi; \frac{7\pi}{2}]$.

$$2 \cos^2 x + 3 \sin(x + \pi) - 3 = 0$$

$$2 \cos^2 x + 3 \sin(\pi + x) - 3 = 0$$

$$2 \cos^2 x - 3 \sin x - 3 = 0$$

$$2(1 - \sin^2 x) - 3 \sin x - 3 = 0$$

$$2 - 2 \sin^2 x - 3 \sin x - 3 = 0$$

$$-2 \sin^2 x - 3 \sin x - 1 = 0 \quad |(-1)$$

$$2 \sin^2 x + 3 \sin x + 1 = 0$$

$$\sin x = t, \quad t \in [-1; 1]$$

$$2t^2 + 3t + 1 = 0$$

$$D = 9 - 8 = 1$$

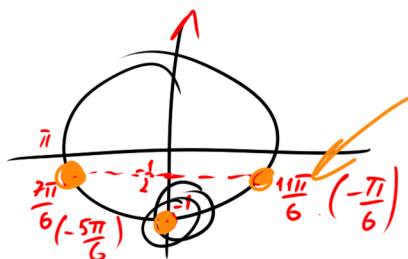
$$t_1 = \frac{-3-1}{4} \quad t_2 = \frac{-3+1}{4}$$

$$t_1 = -1 \quad t_2 = -\frac{2}{4}$$

$$t_2 = -\frac{1}{2}$$



$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$



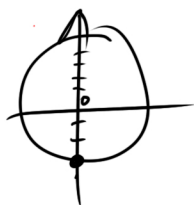
$$\sin x = -1$$

$$x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x = -\frac{1}{2}$$

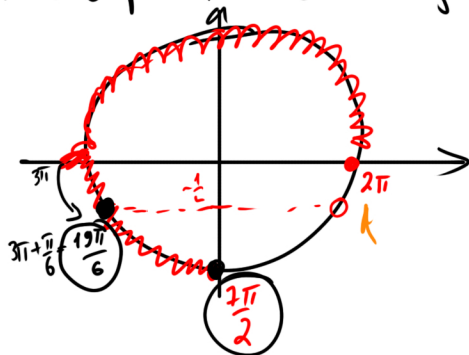
$$x = \frac{7\pi}{6} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{11\pi}{6} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$



$$\delta) \left[2\pi, \frac{7\pi}{2} \right]$$

Вып. отбор корней с помощью триг. окр:



$$a) x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{7\pi}{6} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{11\pi}{6} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\delta) \frac{19\pi}{6}, \frac{7\pi}{2}$$

Задание №13 ЕГЭ профиль. Тригонометрические уравнения.

Замена переменной

5. а) Решите уравнение $\sqrt{3} \operatorname{tg}^2 x - 4 \operatorname{tg} x + \sqrt{3} = 0$;б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\pi; 2,5\pi]$.

$$\sqrt{3} \operatorname{tg}^2 x - 4 \operatorname{tg} x + \sqrt{3} = 0$$

$$\neq \cos x \neq 0$$

$$\operatorname{tg} x = t$$

$$\sqrt{3} t^2 - 4t + \sqrt{3} = 0$$

$$D = 16 - 12 = 4$$

$$t_1 = \frac{4-2}{2\sqrt{3}} \quad t_2 = \frac{4+2}{2\sqrt{3}}$$

$$t_1 = \frac{2}{2\sqrt{3}} \quad t_2 = \frac{6}{2\sqrt{3}}$$

$$t_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3} \quad t_2 = \frac{3}{\sqrt{3}}$$

$$t_1 = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad t_2 = \frac{3\sqrt{3}}{3}$$

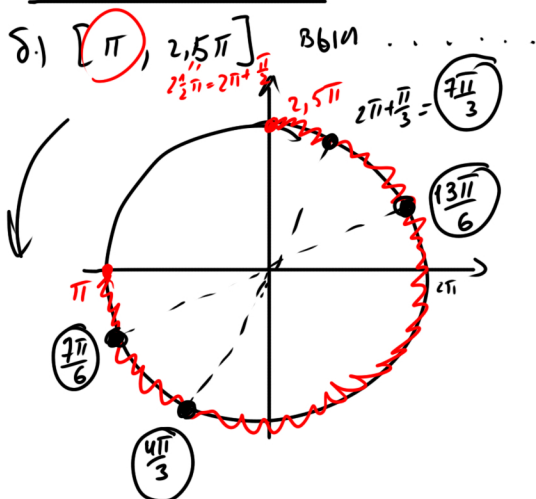
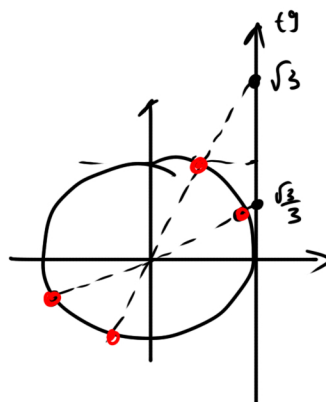
$$t_2 = \sqrt{3}$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$$

$$x = \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$



Задание №13 ЕГЭ профиль. Тригонометрические уравнения.
Замена переменной

6. а) Решите уравнение $9 \cdot 81^{\cos x} - 28 \cdot 9^{\cos x} + 3 = 0$;

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\frac{5\pi}{2}; 4\pi]$.

$$9 \cdot 81^{\cos x} - 28 \cdot 9^{\cos x} + 3 = 0$$

$$9 \cdot (9^{\cos x})^2 - 28 \cdot 9^{\cos x} + 3 = 0$$

пусть $9^{\cos x} = t, t > 0$.

$$9t^2 - 28t + 3 = 0$$

$$D = 784 - 108 = 676$$

$$t_1 = \frac{28 - 26}{18} \quad t_2 = \frac{28 + 26}{18}$$

$$t = \frac{2}{18} \quad t = \frac{54}{18}$$

$$t = \frac{1}{9} \quad t = 3$$

$$\frac{a^b}{a^c} = \frac{a^b}{a^c}$$

$$b = c$$

$$9^{\cos x} = \frac{1}{9}$$

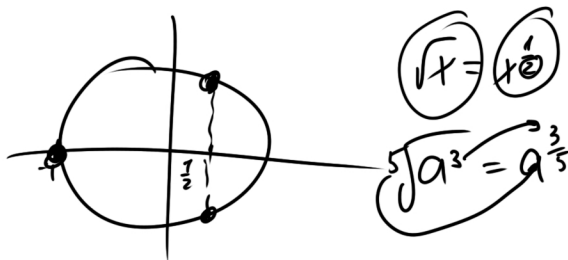
$$9^{\cos x} = 9^{-1}$$

$$\cos x = -1$$

$$9^{\cos x} = 3$$

$$9^{\cos x} = 9^{\frac{1}{2}}$$

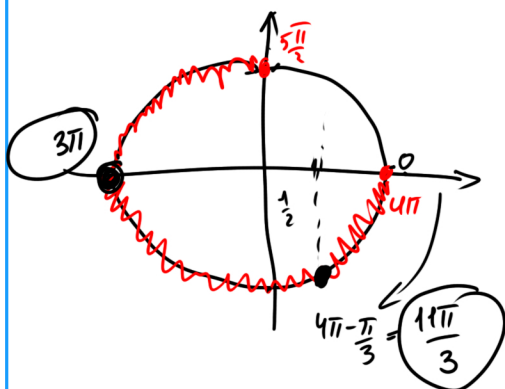
$$\cos x = \frac{1}{2}$$



$$x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

б) $[\frac{5\pi}{2}; 4\pi]$



а) $x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
 $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

б) $3\pi; \frac{11\pi}{3}$

Задание №13 ЕГЭ профиль. Тригонометрические уравнения.
Замена переменной

7. а) Решите уравнение $8 \cdot 16^{\sin^2 x} - 2 \cdot 4^{\cos 2x} = 63$;

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\frac{7\pi}{2}; 5\pi]$.

$$8 \cdot 16^{\sin^2 x} - 2 \cdot 4^{\cos 2x} = 63$$

$$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$$

$$8 \cdot 4^{2\sin^2 x} - 2 \cdot 4^{1-2\sin^2 x} = 63$$

$$4^{1-2\sin^2 x} = \frac{4^1}{4^{2\sin^2 x}}$$

$$8 \cdot 4^{2\sin^2 x} - \frac{2 \cdot 4}{4^{2\sin^2 x}} = 63 \quad 4^{2\sin^2 x} = t$$

$$8t - \frac{8}{t} - 63 = 0 \quad | \cdot t \quad t \neq 0$$

$$8t^2 - 8 - 63t = 0$$

$$8t^2 - 63t - 8 = 0$$

$$D = 3969 + 256 = 4225$$

$$t_1 = \frac{63-65}{16}$$

$$t_2 = \frac{63+65}{16}$$

$$t_1 = -\frac{2}{16}$$

$$t_1 = -\frac{1}{8}$$

$$t_2 = \frac{128}{16}$$

$$t_2 = \frac{32}{4}$$

$$t_2 = 8$$

$$4^{2\sin^2 x} = 8$$

$$4^{2\sin^2 x} = -\frac{1}{8}$$

нет реш.

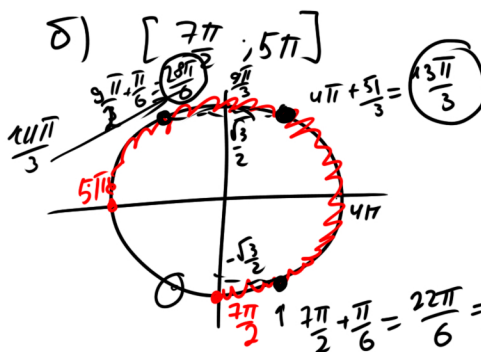
$$2^{2 \cdot 2 \cdot \sin^2 x} = 2^3$$

$$4\sin^2 x = 3$$

$$\sin^2 x = \frac{3}{4}$$

$$\begin{cases} \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$



$$\frac{11\pi}{3}, \frac{13\pi}{3}, \frac{14\pi}{3}$$

