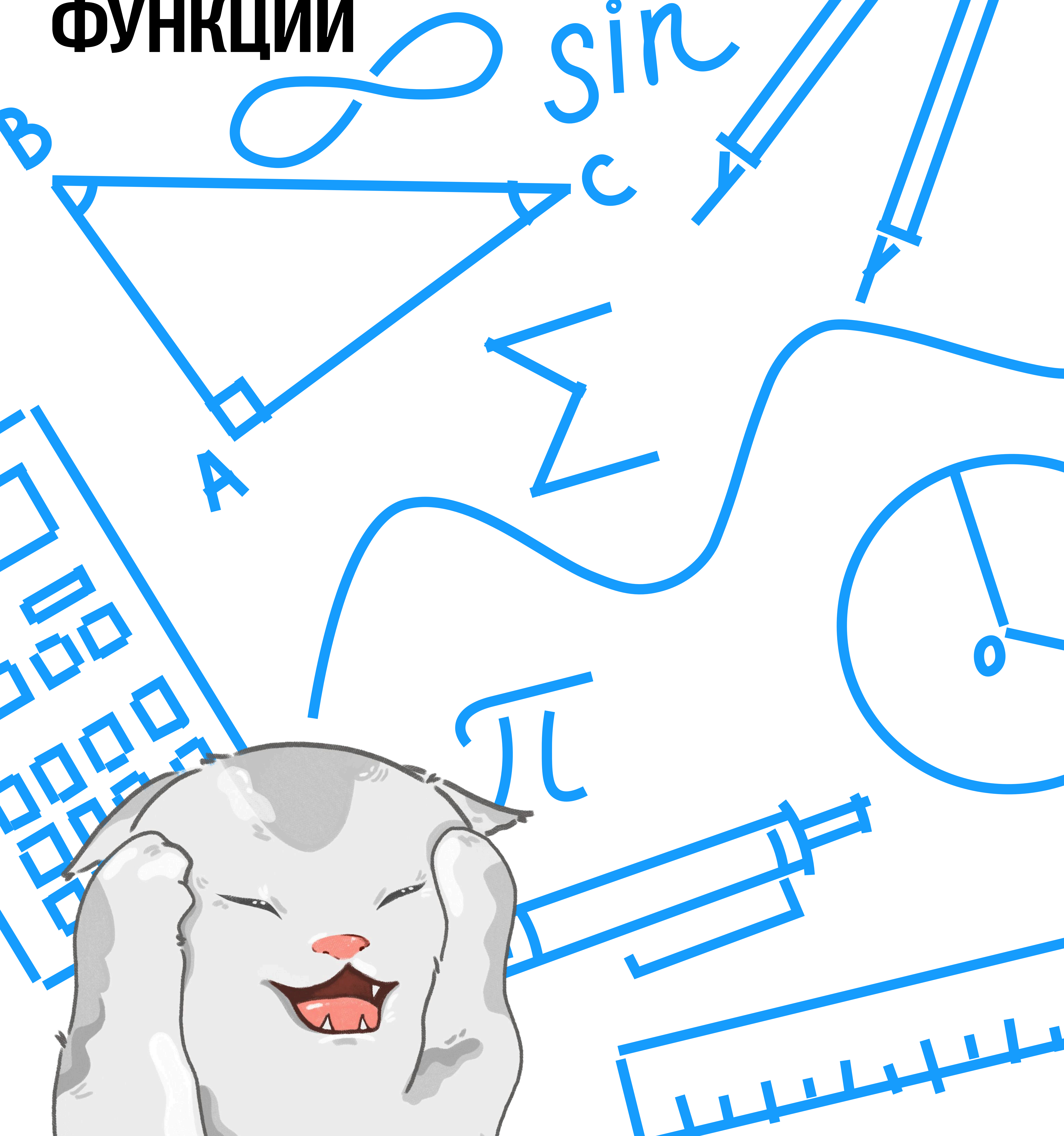
100Б

# ЗАДАНИЕ 13

## ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ



## Область определения и множество значений тригонометрических функций

| Функция | Область определения | Множество значений |
|---|---|---|
| $y = \sin x$ | $R$ | $[-1;\ 1]$ |
| $y = \cos x$ | $R$ | $[-1;\ 1]$ |
| $y = \operatorname{tg} x$ | $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z$ | $R$ |
| $y = \operatorname{ctg} x$ | $x \neq \pi n,\ n \in Z$ | $R$ |

## Чётность, нечётность, периодичность тригонометрических функций

Функция $y = f\,(x)$ называется **чётной**, если для каждого значения x из её области определения выполняется равенство $f\,(-x) = f\,(x)$.

Функция $y = f\,(x)$ называется **нечётной**, если для каждого значения x из её области определения выполняется равенство $f\,(-x) = -f\,(x)$.

Функция $y = f\,(x)$ называется **периодической**, если существует такое число $T \neq 0$, то что для любого x из её области определения выполняется равенство $f\,(x - T) = f\,(x) = f\,(x + T)$. Число $T$ называется **периодом** функции $y = f\,(x)$.

Если функция $y = f\,(x)$ периодическая с периодом $T$, то функция $y = cf\,(ax + b)$, где $a,\ b$ и $c$ — постоянные и $a \neq 0$, также периодическая с периодом $t = \frac{T}{|a|}$.

| Функция | Чётность, нечётность | Наименьший положительный период |
|---|---|---|
| $y = \sin x$ | Нечётная | $2\pi$ |
| $y = \cos x$ | Чётная | $2\pi$ |
| $y = \operatorname{tg} x$ | Нечётная | $\pi$ |
| $y = \operatorname{ctg} x$ | Нечётная | $\pi$ |

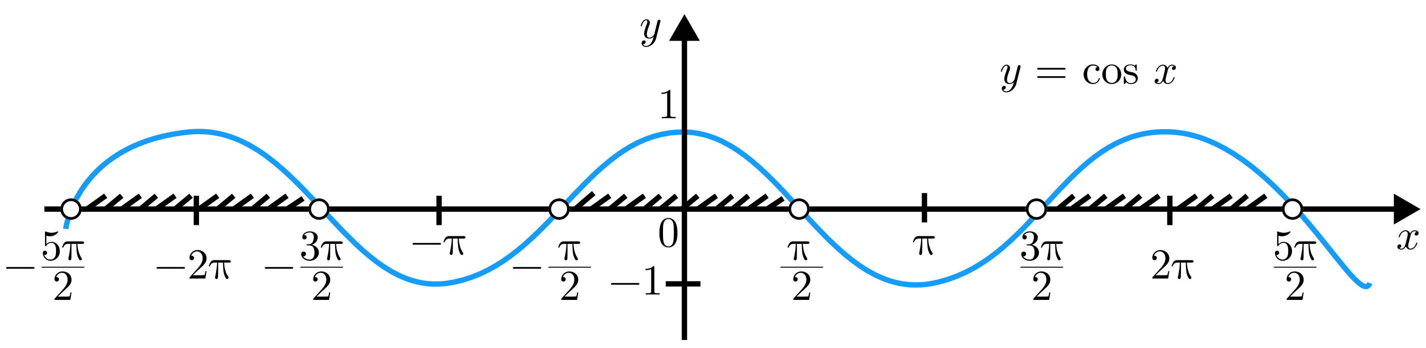
## Свойства функции $y = \cos x$ и её график

Область определения $R$.
Множество значений $[-1;\ 1]$.
Функция периодическая; наименьший положительный период $T = 2\pi$.
Функция чётная: $\cos(-x) = \cos x$.
Функция принимает значения: равные нулю при $x = \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z$;

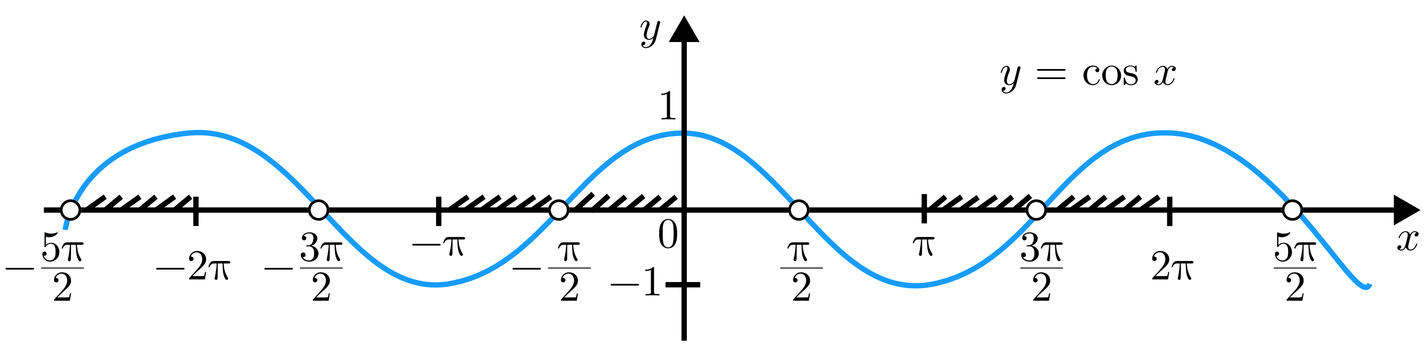
положительные при $-\frac{\pi}{2} + 2\pi n < x < \frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z$;

отрицательные при $\frac{\pi}{2} + 2\pi n < x < \frac{3\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z$;

наибольшее, равное $1$, при $x = 2\pi n,\ n \in Z$;
наименьшее, равное $-1$, при $x = \pi + 2\pi n,\ n \in Z$.

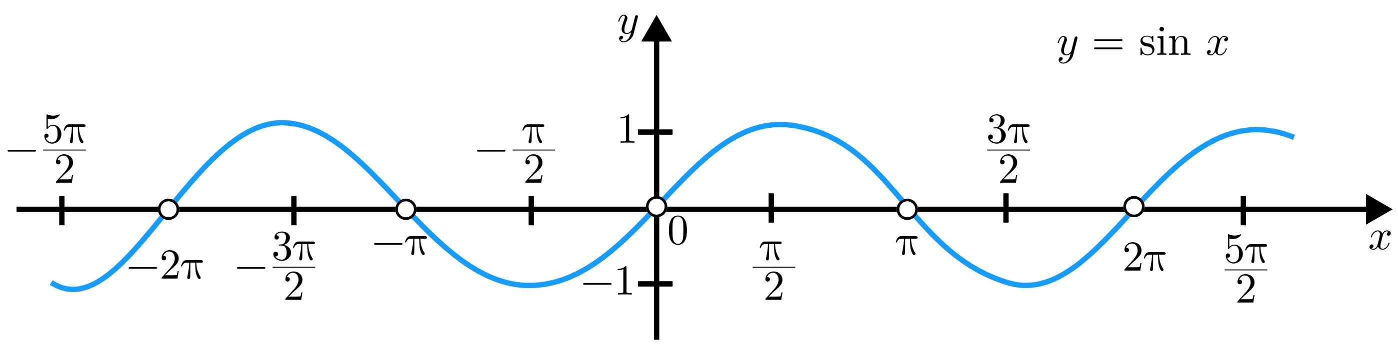



Функция:
возрастает на отрезках $[\pi + 2\pi n;\ 2\pi(n + 1)],\ n \in Z$
убывает на отрезках $[2\pi n;\ \pi + 2\pi n],\ n \in Z$.



## Свойства функции $y = \sin x$ и её график

Область определения $R$.
Множество значений $[-1;\ 1]$.
Функция периодическая; наименьший положительный период $T = 2\pi$.
Функция нечётная: $\sin(-x) = -\sin x$.
Функция принимает значения: равные нулю при $x = \pi n,\ n \in Z$;
положительные при $2\pi n < x < \pi(2n + 1),\ n \in Z$;




отрицательные при $\pi(2n - 1) < x < 2\pi n,\ n \in Z$;

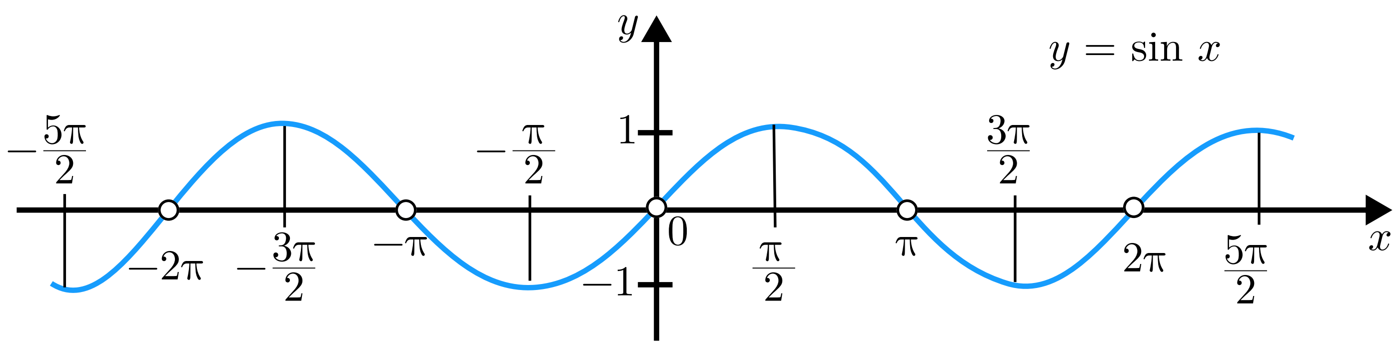
наибольшее, равное $1$, при $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z$;

наименьшее, равное $-1$, при $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z$.

Функция:

возрастает на отрезках $\left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi n;\ \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right],\ n \in Z$;

убывает на отрезках $\left[\frac{\pi}{2} + 2\pi n;\ \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right],\ n \in Z$.



## Свойства функции $y = \operatorname{tg} x$ и её график

Область определения $x \neq \dfrac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z$.
Множество значений $R$.
Функция периодическая; наименьший положительный период $T = \pi$.
Функция нечётная.
Функция принимает значения:
равные нулю при $x = \pi n,\ n \in Z$;

положительные при $\pi n < x < \dfrac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z$;

отрицательные при $-\dfrac{\pi}{2} + \pi n < x < \pi n,\ n \in Z$;

Функция возрастает при $-\dfrac{\pi}{2} + \pi n < x < \dfrac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z$.